数　学

1　次の(1)から(10)までの問いに答えなさい。

(1)　$4\times(-3)-(-6)\div 3$　を計算した結果として正しいものを、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　-14　　イ　-10　　ウ　-2　　エ　4

$-12-(-2)=-12+2=-10$

イ

(2)　$\dfrac{-2x+1}{4}-\dfrac{x-3}{3}$　を計算した結果として正しいものを、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$-10x+15$　　イ　$\dfrac{-10x-9}{12}$　　ウ　$\dfrac{-10x+15}{12}$　　エ　$\dfrac{-5x+5}{2}$

$\dfrac{-6x+3}{12}-\dfrac{4x-12}{12}=\dfrac{-6x+3-4x+12}{12}=\dfrac{-10x+15}{12}$

ウ

(3)　$(6a^2b-12ab^2)\div\dfrac{2}{3}ab$　を計算した結果として正しいものを、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$-9ab$　　イ　$4a-8b$　　ウ　$9a-2b$　　エ　$9a-18b$

$\overset{3}{\cancel{6}}a^{\cancel{2}}\cancel{b}\times\dfrac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}\cancel{a}\cancel{b}}-\overset{6}{\cancel{12}}\cancel{a}b^{\cancel{2}}\times\dfrac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}\cancel{a}\cancel{b}}=9a-18b$

エ

(4)　$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$、$y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ のとき、x^2+xy-y^2 の値として正しいものを、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　1　　イ　11　　ウ　$4\sqrt{6}+1$　　エ　$4\sqrt{6}+11$

$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

$=3+2\sqrt{6}+2+3-2-(3-2\sqrt{6}+2)=6+2\sqrt{6}-5+2\sqrt{6}=4\sqrt{6}+1$

ウ

(5)　方程式　$(x+3)^2-11=5(x+2)$　の解として正しいものを、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　$x=-4,\ -3$　　イ　$x=-4,\ 3$　　ウ　$x=-3,\ 4$　　エ　$x=3,\ 4$

$x^2+6x+9-11=5x+10$

$x^2+x-12=0$　　$(x+4)(x-3)=0$　　$x=-4, 3$

イ

(6)　1個 a g のトマト3個、1本 b g のきゅうり2本をあわせた重さが900 gより軽いという関係を表している不等式を、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

900g未満

ア　$3a+2b\leqq 900$　　イ　$3a+2b<900$

ウ　$3a+2b\geqq 900$　　エ　$3a+2b>900$

よって　$3a+2b<900$

イ

(7)　y が x に反比例し、$x=4$ のとき $y=3$ である関数のグラフ上の点で、x 座標と y 座標がともに整数であり、x 座標が y 座標よりも小さい点は何個あるか、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。

ア　1個　　　イ　2個　　　ウ　3個　　　エ　6個

$y=\frac{12}{x}$ となるので、 (1, 12), (2, 6), (3, 4), (−12, −1), (−6, −2), (−4, −3) の6個

エ

(8)　平方根について正しく述べたものを、次のアからカまでの中から二つ選びなさい。

ただし、マーク欄は1行につき一つだけ塗りつぶすこと。

ア　64 の平方根は±8である。→ 正しい

イ　$\sqrt{16}$ は±4である。→ 4

ウ　$\sqrt{(-6)^2}$ は−6である。→ $\sqrt{36}=6$

エ　$\sqrt{16}-\sqrt{9}$ は $\sqrt{7}$ である。→ $4-3=1$

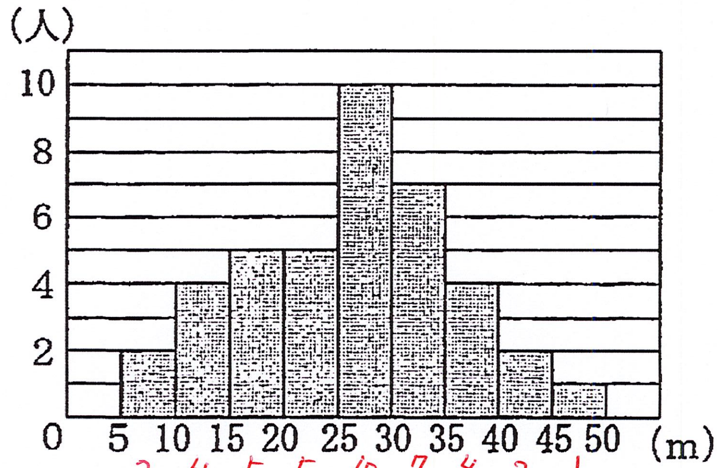
オ　$\sqrt{3}\times 5$ は $\sqrt{15}$ である。→ $3\sqrt{5}$

カ　$\sqrt{21}\div\sqrt{7}$ は $\sqrt{3}$ である。→ 正しい

ア，カ

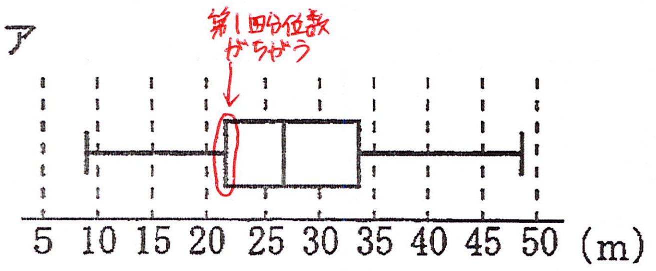
(9)　図は、小学校6年生 40 人のソフトボール投げの記録を整理し、ヒストグラムで表したものである。

この記録を箱ひげ図で表したとき、最も適当な図を、次のアからエまでの中から選びなさい。

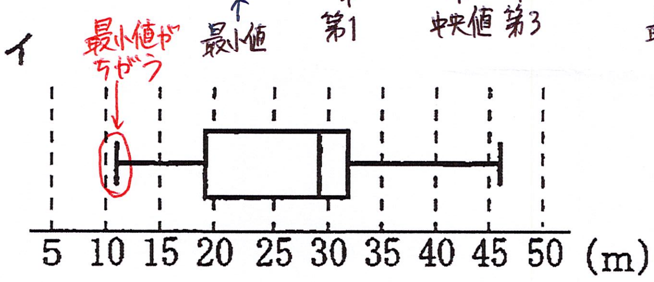


全部で40人なので、
第1四分位数は 10番目と11番目の平均
中央値は 20番目と21番目の平均
第3四分位数は 30番目と31番目の平均となる

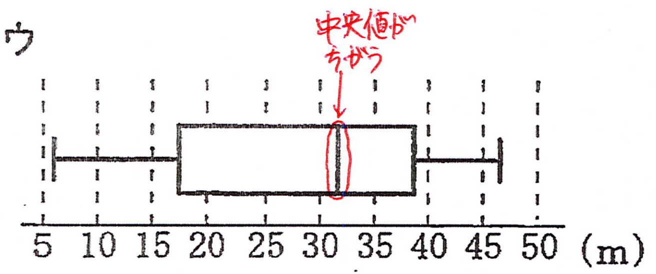
ア



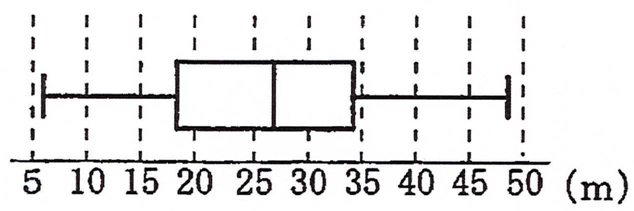
イ



ウ



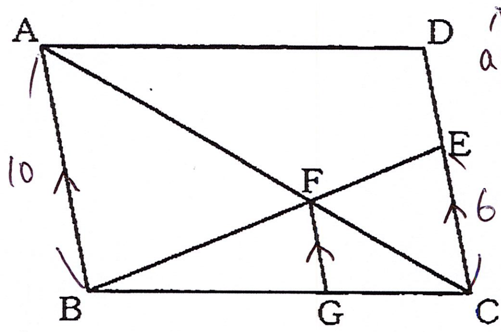
エ



よって エ

(10)　図で、四角形ＡＢＣＤは平行四辺形、Ｅは辺ＤＣ上の点でＤＥ：ＥＣ＝２：３である。また、Ｆは線分ＡＣとＥＢとの交点、Ｇは辺ＢＣ上の点で、ＡＢ//ＦＧである。

ＡＢ＝ 10 cmのとき、線分ＦＧの長さは何cmか、次のアからエまでの中から一つ選びなさい。 $EC=10\times\frac{3}{5}=6$



この長さは $\frac{a\ell}{a+\ell}$ で求められる。

$FG=\frac{10\times 6}{10+6}=\frac{60}{16}=\frac{15}{4}$

ア　3 cm　　　イ　$\frac{18}{5}$ cm　　　ウ　$\frac{15}{4}$ cm　　　エ　4 cm

ウ

6

2 次の(1)から(3)までの問いに答えなさい。

(1) 数字２、３、４、５、６、７を書いたカードが１枚ずつある。この６枚のカードをよくきって、１枚ずつ２回続けて取り出す。１回目に取り出したカードに書かれている数を a とし、２回目に取り出したカードに書かれている数を b とする。

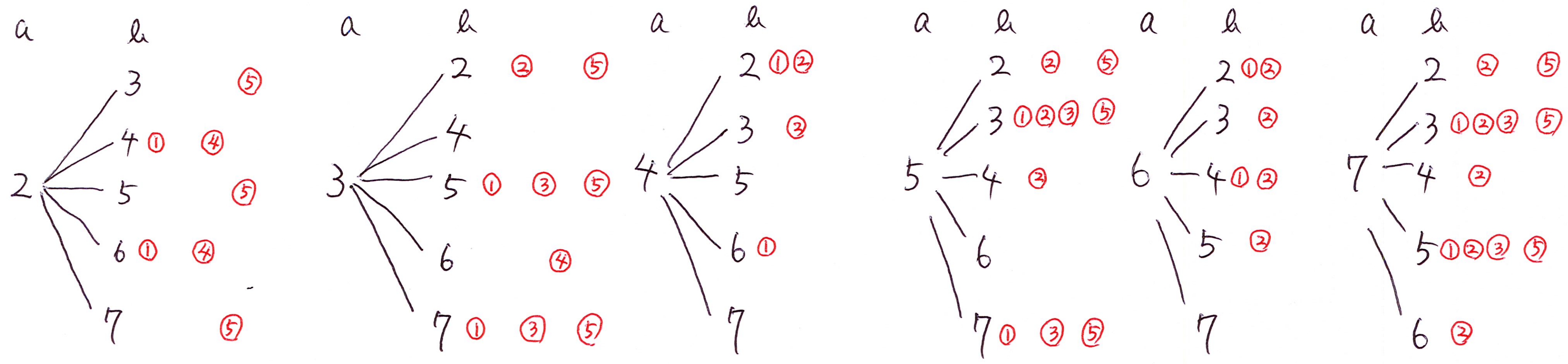
このとき、次の①から⑤までのことがらのうち、起こる確率が等しいことがらの組み合わせとして正しいものを、下のアからコまでの中から一つ選びなさい。

① $a+b$ が偶数 $\frac{12}{30}$　　② $a-b$ が正の数 $\frac{15}{30}$　　③ ab が奇数 $\frac{6}{30}$

④ a が b の約数 $\frac{3}{30}$　　⑤ a と b がともに素数 $\frac{12}{30}$

エ

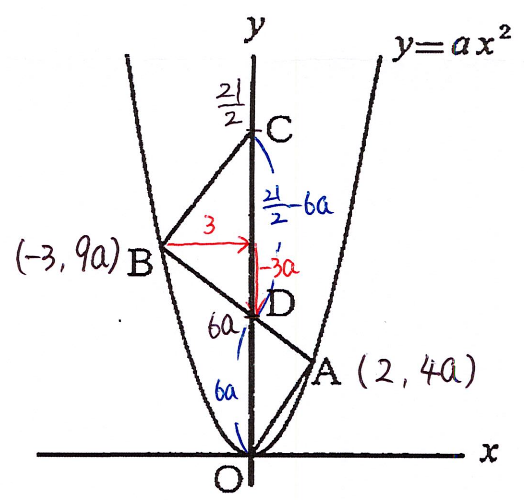
ア ①、②	イ ①、③	ウ ①、④	エ ①、⑤	オ ②、③
カ ②、④	キ ②、⑤	ク ③、④	ケ ③、⑤	コ ④、⑤



(2) 図で、Oは原点、A、Bは関数 $y=ax^2$（a は定数、$a>0$）のグラフ上の点で、x 座標はそれぞれ２、-3 である。

また、Cは y 軸上の点で、y 座標は $\frac{21}{2}$ であり、Dは線分BAと y 軸との交点である。

△CBDの面積が△DOAの面積の２倍であるとき、a の値として正しいものを、次のアからオまでの中から一つ選びなさい。



ア $a=\frac{7}{12}$　　イ $a=\frac{7}{10}$　　ウ $a=\frac{3}{4}$　　エ $a=\frac{7}{9}$　　オ $a=\frac{7}{8}$

ABの直線の傾きが $\frac{4a-9a}{2-(-3)}=\frac{-5a}{5}=-a$ となる

よってDのy座標は $6a$ となる

$\frac{yの増加量}{xの増加量}=$ 傾き なので
yの増加量＝傾き×xの増加量となる
よってBからDへのxの増加量は
$0-(-3)=3$ となるので
yの増加量は $-a\times3=-3a$ となり
Dのy座標は $9a-3a=6a$ となる

$\triangle CBD=\left(\frac{21}{2}-6a\right)\times3\times\frac{1}{2}$
$=\frac{63}{4}-9a$

$\triangle DOA=6a\times2\times\frac{1}{2}=6a$

△CBDの面積が△DOAの面積の２倍なので、

$\frac{63}{4}-9a=6a\times2$

$21a=\frac{63}{4}$

$a=\frac{63}{4}\times\frac{1}{21}=\frac{3}{4}$

ウ

6

(3)　A地点からB地点までは直線の道で結ばれており、その距離は600 mである。

弟は、A地点を出発し、A地点とB地点の間を毎分120 mの速さで2往復走った。兄は、弟がA地点を出発した1分後にA地点を出発し、A地点とB地点の間を一定の速さで3往復走ったところ、弟が走り終える1分前に走り終えた。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

なお、下の図を必要に応じて使ってもよい。

①　弟がA地点を出発してから x 分後の、A地点と弟の間の距離を y mとするとき、$x=6$ のときの y の値として正しいものを、次の**ア**から**カ**までの中から一つ選びなさい。　グラフより

ア　$y=0$	イ　$y=120$	ウ　$y=240$
エ　$y=360$	オ　$y=480$	カ　$y=600$

$x=6$のとき$y=480$

オ

②　兄がA地点を出発してから走り終えるまでに、兄と弟がすれ違うのは何回か、次の**ア**から**カ**までの中から一つ選びなさい。

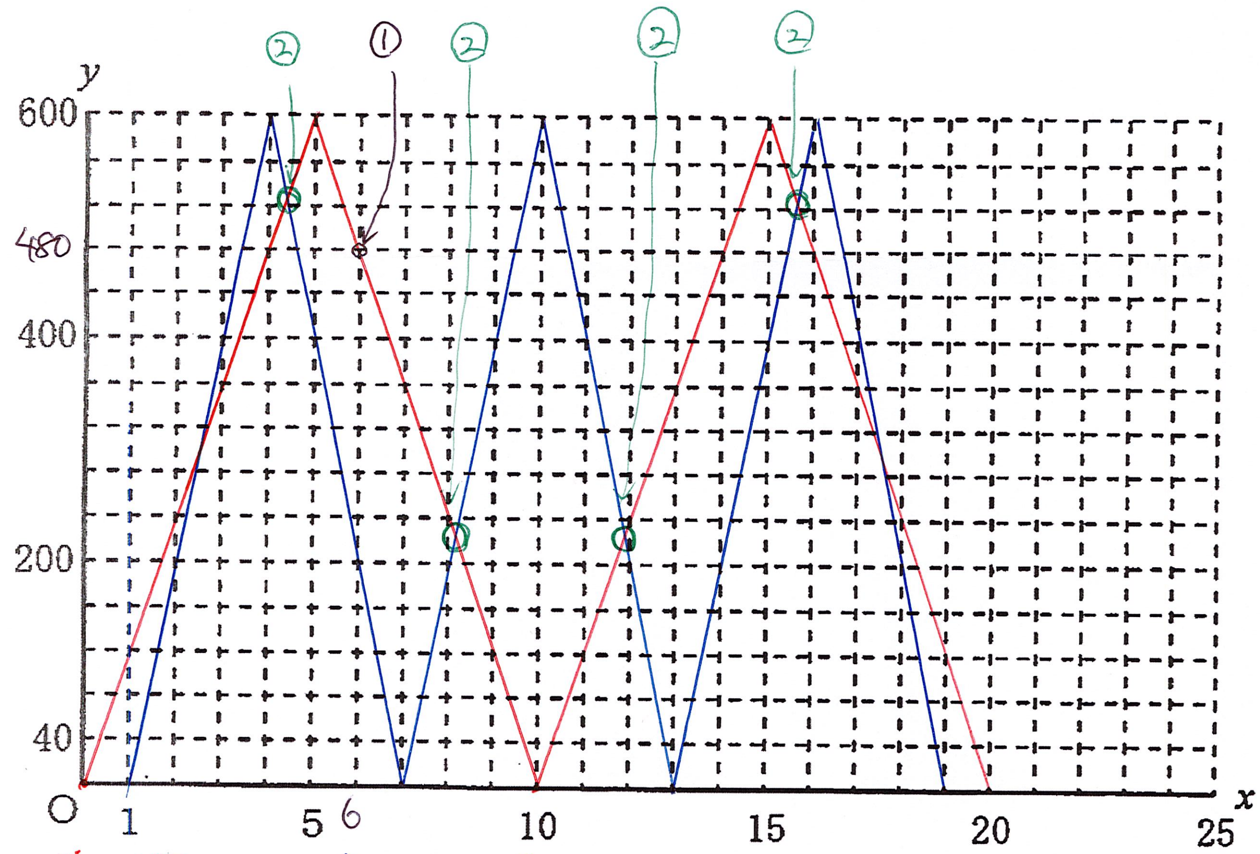
ただし、兄が弟を追い抜く場合は含めないものとする。→ 兄と弟が同じ方向の時は含めない!

ア　3回	イ　4回	ウ　5回
エ　6回	オ　7回	カ　8回

よってグラフより
緑の丸のところの
4回となる

よって

イ



赤は弟のグラフ　　青は兄のグラフ

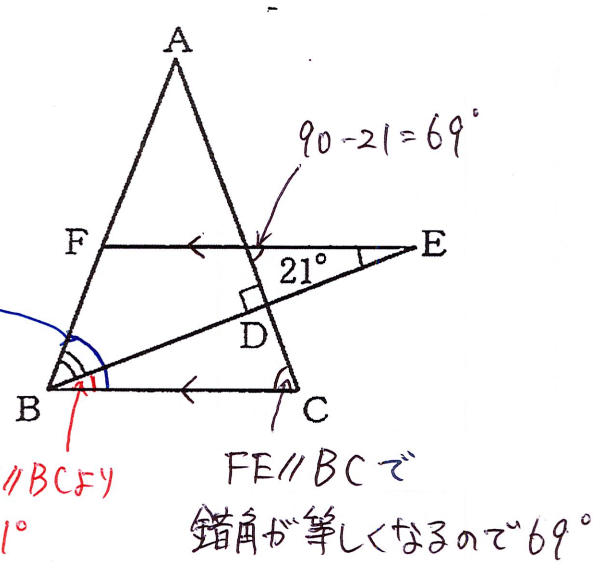
弟は毎分120mで片道600mを進むので、600÷120＝5　よって　5分かかる。
よってグラフは (0,0)からスタートし、(5,600)，(10,0)，(15,600)，(20,0) を通るグラフとなる。

兄は弟が出発してから1分後に出発し、弟が走り終える1分前に走り終えているので、
弟が出発して1分後から19分後まで、すなわち18分走っている。
その間で3往復するので1往復で6分、片道3分で走る。
よってグラフは (1,0)からスタートし、(4,600)，(7,0)，(10,600)，(13,0)，(16,600)，(19,0)を通るグラフとなる。

6

3　次の(1)から(3)までの文章中の $\boxed{アイ}$ などに入る数字をそれぞれ答えなさい。
解答方法については、表紙の裏にある**【解答上の注意】**に従うこと。
ただし、分数は、それ以上約分できない形で、また、根号の中は、最も簡単な数で答えること。

(1)　図で、△ABCはAB＝ACの二等辺三角形、Dは辺AC上の点で、AC⊥DBである。また、Eは直線DB上の点、Fは点Eを通り、直線BCに平行な直線と辺ABとの交点である。
　∠FEB＝21°のとき、∠ABDの大きさは $\boxed{アイ}$ 度である。



$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC$

$= 69 - 21$

$= 48$

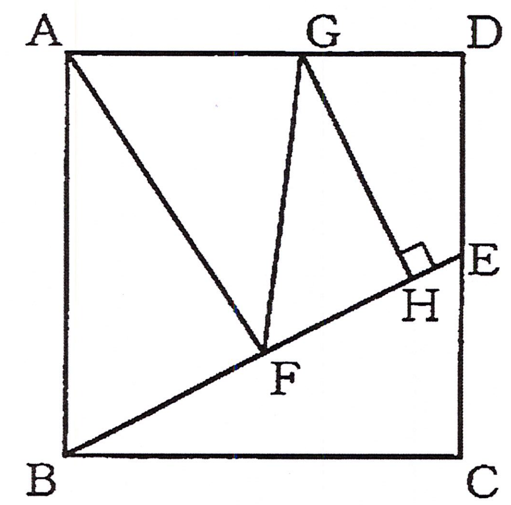
48°

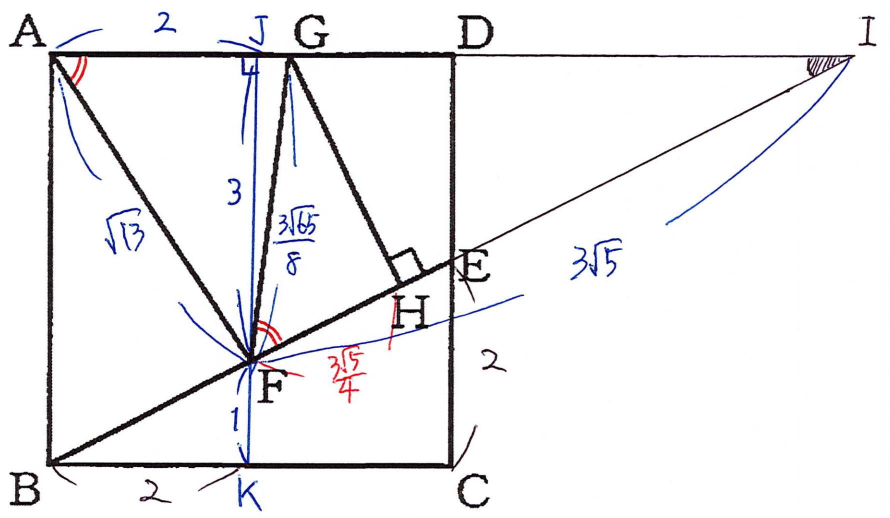
(2)　図で、四角形ＡＢＣＤは正方形、Ｅは辺ＤＣの中点、Ｆは線分ＥＢの中点、Ｇは辺ＡＤ上の点で、∠ＧＡＦ＝∠ＧＦＥである。また、Ｈは線分ＥＢ上の点で、∠ＧＨＥ＝90°である。

ＡＢ＝４cmのとき、

①　線分ＥＦの長さは $\sqrt{\boxed{ア}}$ cmである。

②　線分ＨＦの長さは線分ＥＢの長さの $\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ 倍である。





① EはDCの中点なので

EC = 2 cm

ABCDは正方形なので

BC = 4 cm, ∠BCE = 90°

△EBCは直角三角形なので

三平方の定理より

$EB^2 = BC^2 + EC^2$

$EB^2 = 4^2 + 2^2$

$EB^2 = 16 + 4 = 20$

$EB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

FはEBの中点なので

$EF = EB \times \frac{1}{2}$

$= 2\sqrt{5} \times \frac{1}{2} = \sqrt{5}$

よって

$\sqrt{5}$ cm

---

② ADの延長線とBEの延長線の交点をIとする.

仮定より ∠IAF = ∠IFG …①

共通なので ∠AIF = ∠FIG …②

①,②より △IAF ∽ △IFG

FからABと平行な線を引き、ADとの交点をJ, BCとの交点をKとする.

中点連結定理より、FK = 1 となり、JF = 4 − 1 = 3 となる

さらに BK = 2 になる.

ABKJは長方形となるので、

AJ = BK = 2

△FJAで三平方の定理より.

$AF^2 = AJ^2 + JF^2$

$AF^2 = 2^2 + 3^2$

$= 4 + 9$

$= 13$

$AF = \sqrt{13}$

△IDEと△BCEで

EはDCの中点なので、DE = CE …③

対頂角なので ∠IED = ∠BEC …④

AI∥BCで錯角なので ∠IDE = ∠BCE …⑤

③,④,⑤より △IDE ≡ △BCE

よって IE = BE = $2\sqrt{5}$, ID = 4 より IA = 8

IF = IB − BF = $4\sqrt{5} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

△IAF ∽ △IFG より

IA : IF = AF : FG

$8 : 3\sqrt{5} = \sqrt{13} : FG$

$8FG = 3\sqrt{65}$

$FG = \frac{3\sqrt{65}}{8}$

△FAJと△GFHで

仮定より ∠FAJ = ∠GFH …⑥

∠FJA = ∠GHF = 90° …⑦

⑥,⑦より △FAJ ∽ △GFH

よって FA : GF = JA : HF

$\sqrt{13} : \frac{3\sqrt{65}}{8} = 2 : HF$

$\sqrt{13}HF = \frac{3\sqrt{65}}{4}$

$HF = \frac{3\sqrt{65}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{13}}$

$HF = \frac{3\sqrt{5}}{4}$

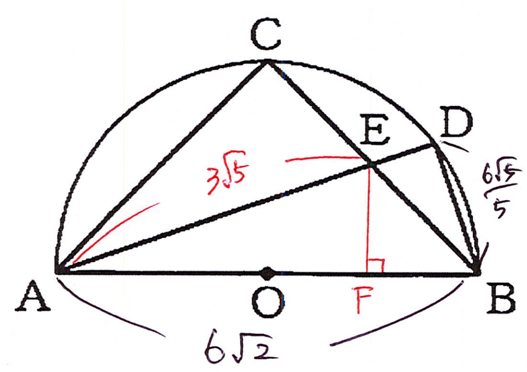
よって

$\frac{3\sqrt{5}}{4} \div 2\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{4} \times \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}$ 倍

(3)　図で、CはABを直径とする半円Oの周上の点で、CA＝CBであり、Dは弧CB上の点で、DA：DB＝3：1である。また、Eは線分CBとDAとの交点である。

CA＝6cmのとき、



①　△DABの面積は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ cm²である。

②　△EABを、線分ABを回転の軸として1回転させてできる立体の体積は $\boxed{エ}\sqrt{\boxed{オ}}\pi$ cm³ である。

ただし、πは円周率である。

① ∠ACBは直径に対する円周角なので 90°

CA＝CBなので △ABCは直角二等辺三角形となる

三平方の定理より、$AB^2 = CA^2 + CB^2$ となるので

$AB^2 = 6^2 + 6^2$

$AB^2 = 72$

$AB = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

DA：DB＝3：1なので

DB＝x とすると　DAは 3x となる

∠ADBも直径に対する円周角となるので、90°となり

△ADBは直角三角形となる。

よって三平方の定理より

$AD^2 + DB^2 = AB^2$ なので

$(3x)^2 + x^2 = (6\sqrt{2})^2$

$9x^2 + x^2 = 72$ 、 $10x^2 = 72$ 、 $x^2 = \frac{72}{10}$ 、 $x = \sqrt{\frac{72}{10}}$

$x = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ となる

DAは3xなので $3 \times \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$ となる

よって△DABの面積は

$\frac{6\sqrt{5}}{5} \times \frac{18\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{54}{5}$ となる。

よって

$\frac{54}{5}$ cm²

---

② ∠ACE＝∠BDE＝90°…①

対頂角なので∠AEC＝∠BED …②

①、②より △ACE ∽ △BDE

よって

AC：BD＝AE：BE＝CE：DE となり

AE＝x とすると　$DE = \frac{18\sqrt{5}}{5} - x$

CE＝y とすると　BE＝6−y となり

$AC : BD = 6 : \frac{6\sqrt{5}}{5} = 30 : 6\sqrt{5} = 5 : \sqrt{5}$ となるので

AE：BE＝AC：BDより

$x : 6-y = 5 : \sqrt{5}$

$\sqrt{5}x = 30 - 5y$

$\sqrt{5}x + 5y = 30$ …③

CE：DE＝AC：BDより

$y : \frac{18\sqrt{5}}{5} - x = 5 : \sqrt{5}$

$18\sqrt{5} - 5x = \sqrt{5}y$

$5x + \sqrt{5}y = 18\sqrt{5}$ …④

③と④で連立方程式を作り、④を√5倍すると

$$\begin{array}{rl} 5\sqrt{5}x + 5y = 90 & \cdots ④\times\sqrt{5} \\ -)\ \sqrt{5}x + 5y = 30 & \cdots ③ \\ \hline 4\sqrt{5}x \quad = 60 & \end{array}$$

$x = \frac{60}{4\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$

よって $AE = 3\sqrt{5}$ となる

EからABに対して垂線を引き、その交点をFとすると、

∠ADB＝∠AFE＝90 …⑤

共通なので∠DAB＝∠FAE …⑥

⑤、⑥より

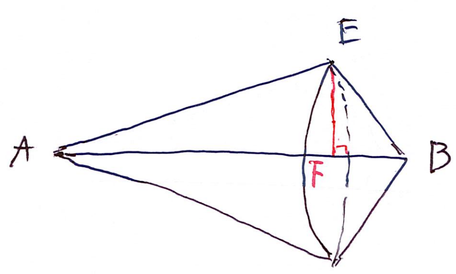
△ABD ∽ △AEF となる。

AB：AE ＝ BD：EF となるので

$6\sqrt{2} : 3\sqrt{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5} : EF$

$6\sqrt{2}EF = 18$

$EF = \frac{18}{6\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ となる。



求める体積は左図のように円錐を2つあわせた形になるので

底面積が $\frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \pi = \frac{9}{2}\pi$

高さはあわせて $6\sqrt{2}$ となるので

$\frac{9}{2}\pi \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 9\sqrt{2}\pi$ となる

$9\sqrt{2}\pi$ cm³